

## Análisis Matemático - Evaluación 3

### Derivadas e integrales

1. Calcula los límites siguientes.

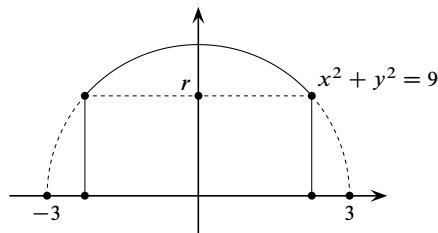
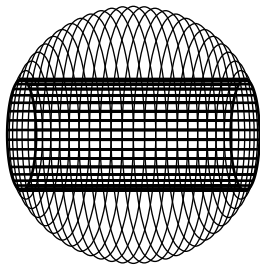
$$a) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\log \left( \frac{e^{x^2} - 1}{x^2} \right)}{x \operatorname{sen} x}$$

$$b) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{\operatorname{arc} \operatorname{tg} x}{x} \right)^{1/x^2}$$

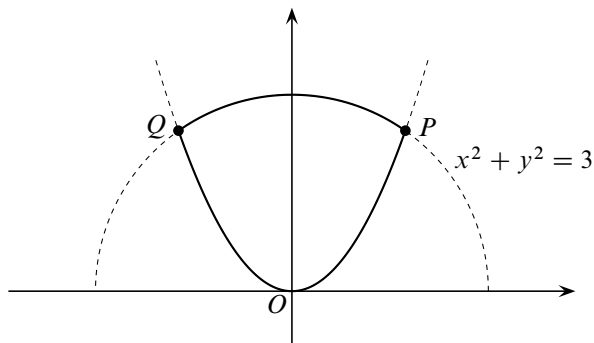
$$c) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arc} \operatorname{sen} x - \operatorname{sen} x}{x(1 - \cos x)}$$

$$d) \lim_{x \rightarrow 0} \left( \frac{3 \operatorname{sen} x - 3x \cos x}{x^3} \right)^{1/x^2}$$

2. Determina un punto  $(u, v)$  ( $u > 0, v > 0$ ) de la elipse de ecuación  $\frac{x^2}{8} + \frac{y^2}{6} = 1$  tal que la tangente a la elipse en dicho punto determine con los ejes un triángulo de área mínima.
3. a) Calcula, por el método de los discos o arandelas y por el método de las láminas o capas, el volumen de una esfera de radio 3 en la que, siguiendo un diámetro, se ha perforado un agujero cilíndrico de radio  $r < 3$ .
- b) Calcula el área de la superficie total del sólido obtenido.
- c) Calcula los valores de  $r$  para los que dicha área alcanza sus valores extremos.



4. Sean  $P$  y  $Q$  los puntos de corte de la curva  $y = \sqrt{2}x^2$  con la circunferencia  $x^2 + y^2 = 3$ . Calcula la longitud de la curva  $OPQO$  formada con los correspondientes trozos de las curvas anteriores, siendo  $O$  el origen de coordenadas.



**Observaciones.** Te recuerdo que en matemáticas *no todo vale*. Para calificar tendré muy en cuenta que los cálculos sean correctos. Las integrales que tengas que calcular de funciones de la forma  $\sqrt{a^2 \pm x^2}$  debes hacerlas por medio de un cambio de variable y debes indicar claramente cómo se transforman los límites de integración. Debes simplificar los resultados que obtengas y expresarlos de forma concisa y clara.